

# OPTIMALIZÁCIA INVERZNÉHO MODELU PRÚDENIA PODZEMNÝCH A PRIESAKOVÝCH VÔD

## INVERSE MODELING OF GROUNDWATER SEEPAGE OPTIMIZATION

*Martin Bakeš, Radovan Hudec, Daniel Pernecký*

### **Abstrakt:**

V príspevku prezentujeme spôsob optimalizácie inverzného 2D modelu prúdenia podzemných a priesakových vôd za pomoci genetického algoritmu (GA) a simulačného výpočtu metódou konečných prvkov. Optimalizáciou parametrov filtračného prúdenia je možné získať reálnejšie hodnoty filtračných charakteristík zemín, ktoré následne môžeme použiť pri modelovaní prúdenia v rôznych zaťažovacích stavoch.

**Kľúčové slová:** inverzný model, optimalizácia, genetický algoritmus

### **Abstract:**

The purpose of this paper is to inform about possibilities of inverse modeling of groundwater seepage (2D) optimization using finite element method and genetic algorithms. Optimization of groundwater seepage input data can bring more realistic values of filtration characteristics, which we can use for modeling of seepage in different hydraulic conditions.

**Key words:** inversion model, optimization, genetic algorithm

## 1. ÚVOD

Spôľahlivá znalosť vstupných parametrov výpočtového modelu, ako sú koeficienty filtrácie zemín, je podmienená nákladnými skúškami a prieskumom. Riešiteľ úlohy často tieto informácie nemá k dispozícii alebo ich má len vo veľmi obmedzenej forme.

Inverzný prístup riešenia problému sa vo všeobecnosti používa na získanie fyzikálnej informácie o objekte alebo jave, na základe pozorovanej (meranej) veličiny. Tento princíp sa často využíva v inžinierskej praxi. Predkladaný príspevok sa venuje možnostiam optimalizácie vstupných dát (koeficientov filtrácie) pre potreby inverzného modelovania prúdenia podzemných a priesakových vôd.

## 2. GENETICKÝ ALGORITMUS

Genetické algoritmy (GA) patria do skupiny metaheuristických optimalizačných metód inšpirovaných evolúciou v prírode. S výhodou bývajú využité na riešenie komplexných a rozsiahlych prehľadavacích (optimalizačných) problémov. V každej výpočtovej epoche pracujú nad množinou možných riešení (populáciou) a napodobujú procesy ako mutácia, kríženie a darwinovský prirodzený výber jedincov. GA predstavujú všeobecnú optimalizačnú metódu, ktorá je schopná riešiť problém, bez hlbšej znalosti riešenej problematiky. Problém môže vystupovať aj ako „čierna skrinka,“ pričom podmienkou riešenia je aby sa dala

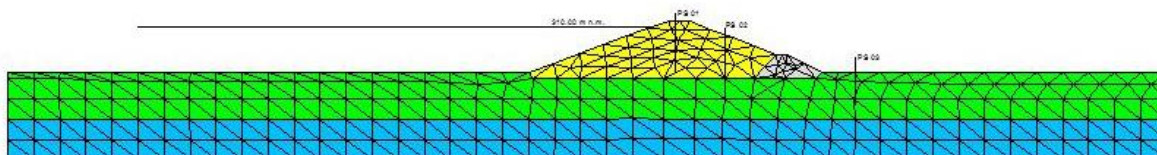
ohodnotiť úspešnosť riešenia. Mnohé iné optimalizačné metódy ako napr. gradientové metódy, hill climbing a pod. sú schopné nájsť riešenie, ale často uviaznu v lokálnom extréme a nie sú schopné ho opustiť. Genetické algoritmy sú schopné do značnej miery eliminovať stagnáciu v lokálnych extrémoch a tak smerovať ku globálnemu riešeniu úlohy. GA môžu byť použité na riešenie multi-parametrických, nelineárnych, nekonvexných optimalizačných problémov. Charakteristickou vlastnosťou je dlhý výpočtový čas potrebný na nájdenie dobrého riešenia, pretože algoritmus potrebuje veľký počet vyhodnotení, ktorý je ale stále výrazne menší, ako vyhodnotenie všetkých prípustných riešení. Ďalšou vlastnosťou je kreativita riešenia, hlavne v prípade konštrukčných úloh, kedy dokáže genetický algoritmus nájsť riešenie (riešenia), ktoré by riešiteľ problému nemusel objaviť, resp. špecializované metódy a postupy používané v danej oblasti, by neštandardné riešenia nenašli.

Spektrum aplikácií EA je značne široké: matematické úlohy, konštrukčné problémy, finančné a ekonomické problémy, oblasť riadenia, plánovania, atď. Ohodnotenie úspešnosti riešení pre potreby algoritmu môže byť vo forme matematických rovníc alebo vo forme simulácie pomocou špecializovaného simulačného SW ako napríklad v našom prípade, kde sme použili softvér na výpočet priesaku a jeho charakteristík. Problematike sa viac venuje literatúra [1, 2, 3].

### 3. OPTIMALIZÁCIA VSTUPNÝCH PARAMETROV MATEMATICKÉHO INVERZNÉHO MODELU

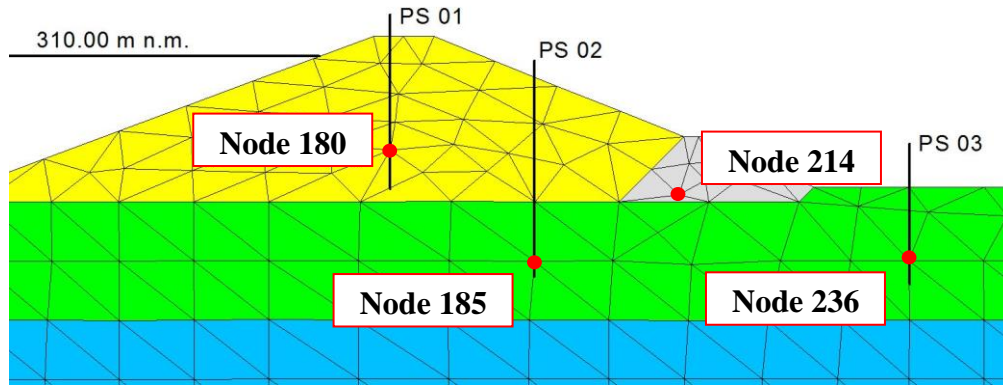
#### 3.1. Popis matematického modulu pre testovanie optimalizačného nástroja

Pre účely testovania a vývoja optimalizačného nástroja bol vytvorený dvojrozmerný matematický model telesa a podložia homogénnej hrádze, ktorý predpokladá ustálený stav prúdenia priesakových a podzemných vôd (obr. 1). Oblasť riešenia je rozdelená do štyroch častí – teleso hrádze (na obrázku žltou farbou), podložie hrádze (zelenou a modrou farbou), a drenážno-stabilizačná päťka (šedou farbou). Model je tvorený sieťkou konečných prvkov, ktorá sa skladá z 309 bodov (nodes) a 512 trojuholníkových elementov.



Obr. 1. Testovací výpočtový model

Vo výpočtovom profile sme uvažovali s umiestnením troch pozorovacích sond (obr. 2). Sonda PS-01 je umiestnená na korune hrádze, pričom svojou perforovanou časťou sníma jej teleso. Pre sledovanie vypočítaných filtračných charakteristík v oblasti tejto sondy sme vybrali bod 180 sieťky konečných prvkov (node 180). Sonda PS-02 je umiestnená na vzdušnom svahu a svojou perforovanou časťou sníma podložie hrádze (node 185) a sonda PS-03, umiestnená v zázemí, svojou perforovanou časťou sníma taktiež podložie (node 236). V drenážnom prvku je umiestnený výpočtový bod (node) 214 (obr. 2), ktorý predstavuje drenážne potrubie.



Obr. 2. Detail umiestnenia pozorovacích sond a drenážneho prvku v priečnom profile

Jednotlivým oblastiam modelu sme priradili koeficienty filtrácie nasledovne:

- oblasť 1 – teleso hrádze:  $k_x/k_y = 1.0E-06 \text{ m.s}^{-1}$   
 oblasť 2 – drenážna pätká:  $k_x/k_y = 1.0E-03 \text{ m.s}^{-1}$   
 oblasť 3 – podložie 1:  $k_x/k_y = 1.0E-05 \text{ m.s}^{-1}$   
 oblasť 4 – podložie 2:  $k_x/k_y = 1.0E-07 \text{ m.s}^{-1}$

Ďalej bolo uvažované s okrajovou podmienkou hornej vody na úrovni 310,00 m n.m., dolnej vody na úrovni 295,00 m n.m. a uvažovali sme, že drenážny prvok je plne funkčný. Po vypočítaní uvedeného modelu boli v záujmových bodoch siete konečných prvkov (node) získané parametre filtračného režimu (tab. 1), ktoré predstavovali cieľové hodnoty pre test optimalizačného nástroja. Pozornosť bola upriamená na hodnoty potenciálov a hodnoty filtračných rýchlostí  $v_x$  v bodoch 180, 185 a 236 (pozorovacie sondy) a hodnotu priesakového množstva v bode 214 (pätný drén).

Tab.1 Parametre filtračného režimu vo vybraných bodoch siete konečných prvkov

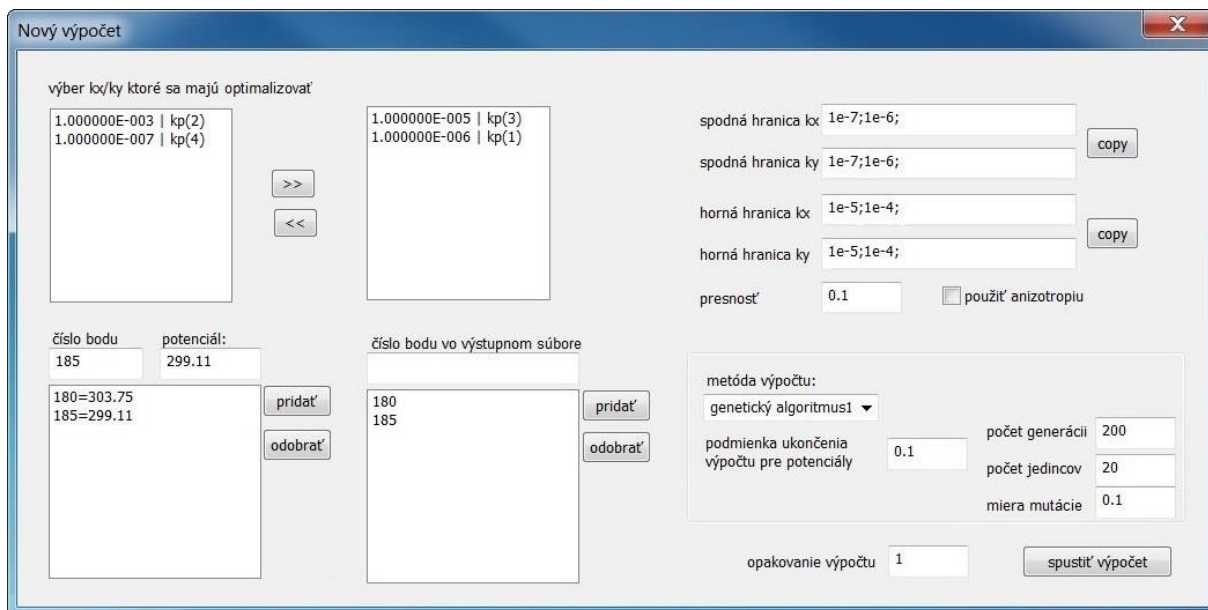
NODE [-]	OBJEKT	SÚRADNICA BODU		POTENCIÁL [m n.m.]	Q [m <sup>3</sup> .s <sup>-1</sup> .bm <sup>-1</sup> ]	vx [m.s <sup>-1</sup> ]	vy [m.s <sup>-1</sup> ]	ix [-]	iy [-]	i [-]
		X [m]	Y [m n.m.]							
180	PS-01	192.1032	300.6712	303.7511	0	1.49E-06	-1.27E-06	0.2987	-0.2549	0.3927
185	PS-02	206.5740	289.6069	299.1144	0	1.15E-05	5.31E-07	0.2296	0.0106	0.2298
236	PS-03	244.0098	289.6483	296.1542	0	6.15E-07	3.72E-08	0.0123	0.0007	0.0123
214	drén	221.0000	296.2500	296.2500	-2.82E-05	2.21E-05	5.21E-06	0.0068	0.0008	0.0068

### 3.2. Optimalizačný nástroj Genetic

Na obr. 3 je uvedené užívateľské prostredie optimalizačného nástroja Genetic (verzia 1.0), ktorý bol vyvinutý v spolupráci zamestnancov Vodohospodárskej výstavby š.p. a fy. JAMADATECH s.r.o.

Samotnému výpočtu predchádza načítanie existujúceho matematického modelu, ktorého parametre majú byť optimalizované, rešpektujúc užívateľom preddefinované podmienky a hranice riešenia. Užívateľ vyberá oblasti modelu, v ktorých bude prebiehať optimalizácia vstupných údajov – koeficientov filtrácie -  $k_x$ ,  $k_y$ . Následne je potrebné definovať hranice vyhľadávania vstupných údajov vzhľadom k predpokladom ich výskytu v konkrétnom materiálovom prostredí. Tiež je potrebné určiť požadovanú presnosť optimalizácie, resp. či má byť zohľadnená anizotropia prostredia. Optimalizácia vstupných parametrov je založená

na splnení podmienky dosiahnutia potenciálu v užívateľom zvolených bodoch siete konečných prvkov. K tomuto účelu je využívaný genetický algoritmus. Algoritmus musí mať vopred nastavený počet jedincov, mieru mutácie a počet generácií. Voľba týchto parametrov je tiež závislá na type a zložitosti problému.



Obr. 3. Užívateľské prostredie optimalizačného nástroja Genetic 1.0

Proces optimalizácie sa automaticky ukončí dvoma spôsobmi. Za prvé, ak je splnená podmienka ukončenia výpočtu, ktorá je definovaná užívateľom, pričom predstavuje sumu odchýlky zadaných potenciálov od nájdených potenciálov vo všetkých bodoch definovaných užívateľom. Za druhé ak prebehne nastavený počet generácií, bez ohľadu na to, či bola podmienka presnosti výpočtu splnená, alebo či vôbec existuje riešenie. V takom prípade je výsledok optimalizácie daný minimom kritériálnej funkcie algoritmu.

Účelová funkcia použitá v tomto programe pre hľadanie riešenia zodpovedá sume rozdielu v absolútnej hodnote požadovaných hodnôt a dosiahnutých hodnôt konkrétneho potenciálneho riešenia.

$$f = \sum_{i=1}^n |ref_i - aktual_i|$$

Kde:  $ref_i$  - je  $i$ -ta požadovaná hodnota a  
 $aktual_i$  - je  $i$ -ta dosiahnutá hodnota,  
 $n$  - je počet referenčných bodov optimalizácie.

### 3.3. Prezentácia výsledkov na testovanom matematickom modeli

V nasledujúcej časti sú prezentované výsledky optimalizácie vstupných parametrov  $k_x/k_y$  matematického modelu opísaného v štáti 3.1. Pre optimalizáciu bolo zvolené nasledovné nastavenie optimalizačného nástroja:

Tab. 2 Nastavenie optimalizačného nástroja pre optimalizáciu vstupných údajov  $k_x/k_y$ 

Výber oblastí optimalizácie	Cieľové $k_x/k_y$ [ $m \cdot s^{-1}$ ]	Hranice vyhľadávania $k_x/k_y$ [ $m \cdot s^{-1}$ ]	Bod siete konečných prvkov a cieľový potenciál [m n.m.]
oblasť 1 - teleso hrádze	1.00E-06	1.00E-07 ~ 5.00E-05	180 = 303.75
oblasť 3 - podložie 1	1.00E-05	5.00E-07 ~ 5.00E-05	185 = 299.11
oblasť 4 - podložie 2	1.00E-07	5.00E-09 ~ 1.00E-06	236 = 296.15

Podmienka ukončenia optimalizácie bola zvolená po dosiahnutí 200 generácií, pri 20 jedincoch a miere mutácie 0.1, resp. pri dosiahnutí hodnoty kritériálnej funkcie potenciálov v sume vo všetkých bodoch (node 180, 185, 236) 0.02 m. Požadovaná presnosť je síce veľmi vysoká, čo sa prejavilo na relatívne dlhom výpočtovom čase, no z hľadiska variability výsledkov priaznivejšia. Presnosť hľadania riešenia  $k_x/k_y$  bola zvolená v kroku 0,1 radu. Pre lepšiu predstavu o variabilite výsledkov bol ten istý výpočet opakovaný 10 krát.

V tab. 3 sú uvedené výsledky optimalizácie zoradené podľa veľkosti filtračných rýchlostí. Z ich priebehu je vidieť, že kľúčový je pomer koeficientov filtrácie v oblasti 1 (teleso hrádze) a oblasti 3 (podložie 1), pričom ich pomer je v každom z výpočtov zachovaný približne  $k_x/k_y(3) = 10 \cdot k_x/k_y(1)$ . Červenou sú v tabuľke zvýraznené výpočty, v ktorých bola dosiahnutá najpresnejšia zhoda filtračných rýchlostí v bodoch 180, 185, 236 a priesaku 236 (porovnanie s tab. 1). Rozdiel  $k_x/k_y$  medzi výpočtami č. 7 a 10 v oblasti 4 (podložie 2) je síce takmer 2 rady, avšak treba povedať, že v tejto oblasti sa nenachádzal žiadny cieľový bod optimalizácie, čo znamená, že v tomto prípade sa optimalizácia tejto oblasti ukázala ako zbytočná. Porovnaním cieľových koeficientov filtrácie pre tieto oblasti (tab. 2) a výsledkov dosiahnutých optimalizáciou hodnotíme test optimalizačného nástroja, ako úspešný.

Tab. 3 Výsledky optimalizácie vo vybraných bodoch siete konečných prvkov

P.č. opt.	$k_x/k_y(1)$	$k_x/k_y(3)$	$k_x/k_y(4)$	odchýlka	Node 180		Node 185		Node 214		Node 236	
					Potencial	vx	Potencial	vx	Potencial	Q	Potencial	vx
5	4.50E-07	4.40E-06	3.00E-08	0.020	303.7612	6.73E-07	299.1096	5.08E-06	296.2500	-1.25E-05	296.1583	2.72E-07
9	6.40E-07	6.40E-06	4.20E-09	0.013	303.7485	9.57E-07	299.1027	7.36E-06	296.2500	-1.79E-05	296.1543	3.95E-07
4	6.90E-07	6.80E-06	6.60E-08	0.018	303.7578	1.03E-06	299.1129	7.83E-06	296.2500	-1.92E-05	296.1569	4.19E-07
3	7.10E-07	7.00E-06	4.70E-08	0.017	303.7585	1.06E-06	299.1124	8.06E-06	296.2500	-1.98E-05	296.1558	4.32E-07
8	7.80E-07	7.80E-06	1.00E-07	0.010	303.7474	1.17E-06	299.1097	8.95E-06	296.2500	-2.20E-05	296.1569	4.80E-07
1	8.60E-07	8.50E-06	7.80E-08	0.019	303.7581	1.29E-06	299.1158	9.78E-06	296.2500	-2.40E-05	296.1553	5.23E-07
2	9.10E-07	9.20E-06	2.50E-08	0.013	303.7436	1.36E-06	299.1054	1.06E-05	296.2500	-2.58E-05	296.1524	5.66E-07
10	9.90E-07	1.00E-05	2.80E-09	0.008	303.7459	1.48E-06	299.1071	1.15E-05	296.2500	-2.80E-05	296.1509	6.15E-07
7	1.00E-06	1.00E-05	1.80E-07	0.014	303.7491	1.49E-06	299.1166	1.15E-05	296.2500	-2.83E-05	296.1569	6.15E-07
6	1.20E-06	1.20E-05	2.20E-07	0.019	303.7517	1.79E-06	299.1217	1.38E-05	296.2500	-3.40E-05	296.1554	7.36E-07

Na základe doterajšieho testovania uvedeného optimalizačného nástroja je možné konštatovať, že ak sa má optimalizovať viac, ako jedna oblasť modelu (bez uvažovania anizotropie materiálu a za predpokladu správne zvolenej polohy bodov a ich cieľových potenciálov), vždy existuje n-riešenie optimalizácie. Tento fakt vyplýva aj z charakteru použitého algoritmu riešenia. Počet riešení je závislý na počte optimalizovaných oblastí a umiestnenia bodov siete konečných prvkov, v ktorých majú byť splnené podmienky potenciálov. Na variabilitu výsledkov taktiež významne vplyva nastavenie podmienky ukončenia výpočtu. Čím je podmienka väčšia, tým je pripustená väčšia sumárna odchýlka v cieľových potenciáloch, čo má vplyv na väčšiu variabilitu polohy depresnej krivky a parametrov prúdenia. Na druhej strane ak je zvolená podmienka ukončenia riešenia príliš nízka, negatívne sa odzrkadľuje vo výpočtovom čase.

Z uvedeného vyplýva, že ideálne je vykonať viacero zhodných výpočtov a zo súboru výsledkov na základe posúdenia ďalších merateľných parametrov filtračného prúdenia, ako sú najmä hodnoty priesakových množstiev, alebo hodnoty filtračných rýchlostí vybrať najreálnejšie riešenie. Pre úplné overenie modelu je potrebné optimalizáciu vykonať pre rôzne ustálené zaťažovacie stavy.

## ZÁVER

Optimalizačný nástroj vstupných parametrov (koeficientov filtrácie) inverzného modelu prúdenia priesakových a podzemných vôd môže byť užitočný nástroj, avšak jeho využitie je podmienené spoľahlivou znalosťou geometrie riešenej oblasti, dostatočným množstvom nameraných dát a skúsenosťami riešiteľa úlohy. Pri splnení týchto podmienok dokáže významne šetriť čas na kalibráciu a verifikáciu matematického modelu pri rôznych zaťažovacích stavoch a zároveň poskytnúť pohľad na závislosti medzi variabilitou koeficientov filtrácie v rôznych oblastiach modelu a komplexných filtračných charakteristík prúdenia.

Inverzné riešenie matematického modelu a jeho optimalizácia poskytuje riešiteľovi reálnejšie hodnoty koeficientov filtrácie, avšak nenahrádza najzákladnejšie prístupy, ako sú laboratórne rozbor a skúšky in situ. Kombináciou týchto metód sa môžeme dopracovať ku spoľahlivejším výsledkom.

## ZOZNAM LITERATÚRY

- [1] D.E. GOLDBERG, GENETIC ALGORITHMS IN SEARCH, OPTIMIZATION AND MACHINE LEARNING, ADDISON-WESLEY, READING, MA (1989)
- [2] SEKAJ I., 2005, EVOLUČNÉ VÝPOČTY A ICH VYUŽITIE V PRAXI, IRIS 2005, ISBN 80-89018-87-4
- [3] MICHALEWICZ, ZBIGNIEW, GENETIC ALGORITHMS + DATA STRUCTURES = EVOLUTION PROGRAMS, 3RD, REV. AND EXTENDED ED. 1996, XX, 387 P, ISBN 978-3-662-03315-9

## AUTOR

Ing. Martin Bakeš

Vodohospodárska výstavba, š.p., Úsek TBD, Nobelova 7, Bratislava 831 02

[martin.bakes@vzb.sk](mailto:martin.bakes@vzb.sk)

Ing. Radovan Hudec

Vodohospodárska výstavba, š.p., Úsek TBD, Nobelova 7, Bratislava 831 02

[radovan.hudec@vzb.sk](mailto:radovan.hudec@vzb.sk)

Bc. Daniel Pernecký

JAMADATECH s.r.o., Alžbetin Dvor 304, Miloslavov 900 42

[pernecky@jamadatech.sk](mailto:pernecky@jamadatech.sk)